

CHAPITRE 3: DYNAMIQUE DES FLUIDES

3.1 Introduction

L'hydrodynamique c'est la partie de l'hydraulique qui s'intéresse surtout aux mouvements des fluides. L'étude des principes de conservation de la masse, l'écoulement tubulaire (laminaire/turbulent), les mesures du débit,...

L'hydrodynamique étudie un grand nombre de problème d'ordre pratique lié au mouvement du liquide tel que : le mouvement de l'eau dans les conduites et dans les canaux, les turbomachines,...

3.2 Notion de base

3.2.1 *Fluide parfait et fluide réel*

Un fluide parfait est un fluide dépourvu de la viscosité. Ses particules glissent les unes sur les autres sans frottement, sans tourner sur elles-mêmes et sans tourbillonner, donc sans perte de charge. En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement.

Contrairement à un fluide parfait, qui n'est qu'un modèle pour simplifier les calculs, pratiquement inexistant dans la nature, un fluide réel se caractérise par sa viscosité ce qui conduit à une perte d'énergie à cause des frottements le long du mouvement du fluide.

3.2.2 *Écoulement permanent et non-permanent*

Un régime est dit permanent quand en un point ou dans une section, la vitesse moyenne, le débit, la pression, et tous autres paramètres restent constante dans le temps. Alors qu'un régime non-permanent (variable) se caractérise par la variation de ces paramètres dans le temps du même point ou de la même section.

3.2.3 *Écoulement en charge et à surface libre*

L'écoulement en charge c'est un écoulement sous-pression qu'on le trouve dans les conduites à section pleine. Alors que l'écoulement à surface libre qui a lieu dans les cours d'eau et les canaux artificiels, son plan d'eau supérieur étant libre et il est en contact direct avec l'atmosphère, et l'écoulement se fait par gravité.

3.2.4 *Fluide compressible et incompressible*

On sait que la compressibilité des gaz est très élevée et influe beaucoup sur leur comportement. Par contre les liquides sont très peu compressibles. En pratique on les considère comme incompressibles. Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas on appliquant une pression extérieure.

3.2.5 *Écoulement uniforme et non-uniforme*

L'écoulement uniforme est subdivisé en un écoulement uniforme et un autre non-uniforme (varie).

D'une section à une autre section, si rien ne varie (vitesse moyenne, débit) le long d'une distance, l'écoulement est dit uniforme. C'est le cas de l'écoulement dans les tuyaux rectilignes, loin des singularités. L'écoulement non-uniforme diffère par la variabilité des paramètres. On le rencontre dans les cas où la vitesse moyenne change avec la présence d'un changement de section, même si le débit reste le même.

3.2 Ligne de courant, tube de courant

On appelle lignes de courant, des lignes tangentes en chacun de leur point à la direction des vecteurs de vitesses d'écoulement à l'instant « t ». Cette ligne est tracée par une série de points dans le liquide en mouvement. On peut dire que la ligne de courant représente le parcours d'une masse élémentaire de fluide. L'ensemble des filets d'écoulement traversant une section quelconque perpendiculaire aux flux général détermine un tube d'écoulement de courant.

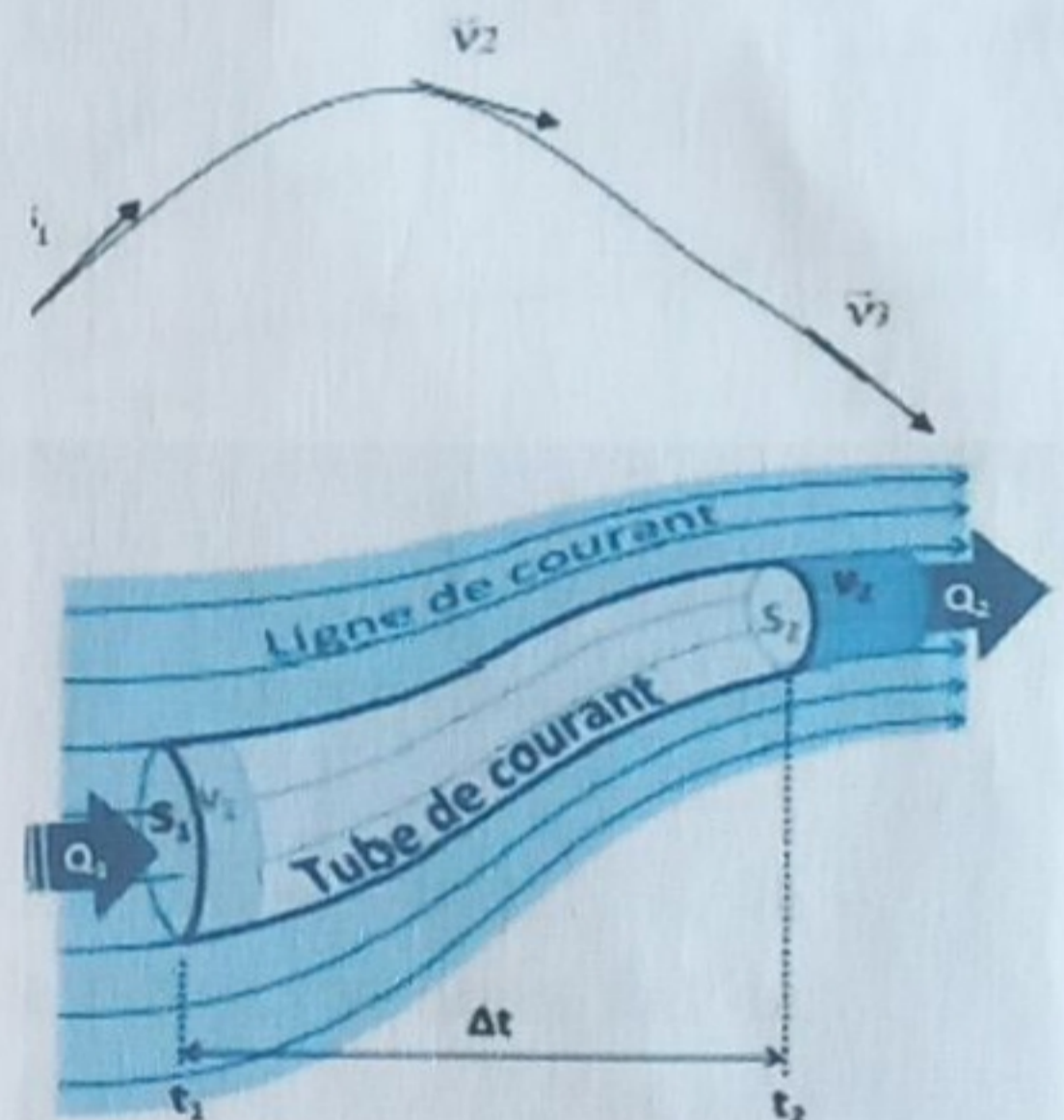


Fig. β.1 : Ligne et tube de courant pour un écoulement

3.3 Débit volumique, débit massique

En hydraulique, on utilise souvent la notion de débit et la vitesse moyenne d'écoulement.

Le débit du liquide est la quantité du liquide passant par unité de temps par une section d'écoulement donnée du courant, on distingue :

- Le débit volumique « Q » mesuré en m³/s ou en l/s : étant le volume de liquide qui traverse une section par unité de temps

$$Q = \text{volume} / \text{temps} = \text{vitesse} \times \text{sections} \quad (Q = \text{volume} / \text{temps} = V \times S)$$

- Le débit massique « m » mesuré en Kg/s : étant la masse de liquide qui traverse une section par unité de temps

$$m = \text{masse volumique} / \text{temps} \quad (= m/t = \rho \times \text{volume} / \text{temps} = \rho \times Q)$$

avec

V : vitesse moyenne en m/s ;

S : section transversale de la conduite en m² ;

ρ : masse volumique du liquide en m³/s

3.4. Principe de conservation de la masse

Soient S1 et S2 deux sections normales d'un petit tube de courant, ρ1 et ρ2 les masses spécifiques, V1 et V2 les vitesses scalaires moyennes du fluide

qui traverse ces sections. Selon le principe de conservation de la masse, les débits de masse à travers S1 et S2 sont égaux en régime stationnaire :

$$\rho_1 S_1 V_1 = \rho_2 S_2 V_2$$

Dans le cas d'un liquide incompressible : $\rho_1 = \rho_2$,

$$\text{Ce qui donne } S_1 V_1 = S_2 V_2$$

C'est le débit volumique

Ce résultat s'applique notamment à l'écoulement d'un liquide dans un tuyau de section variable. C'est l'équation de continuité d'un filet liquide incompressible.

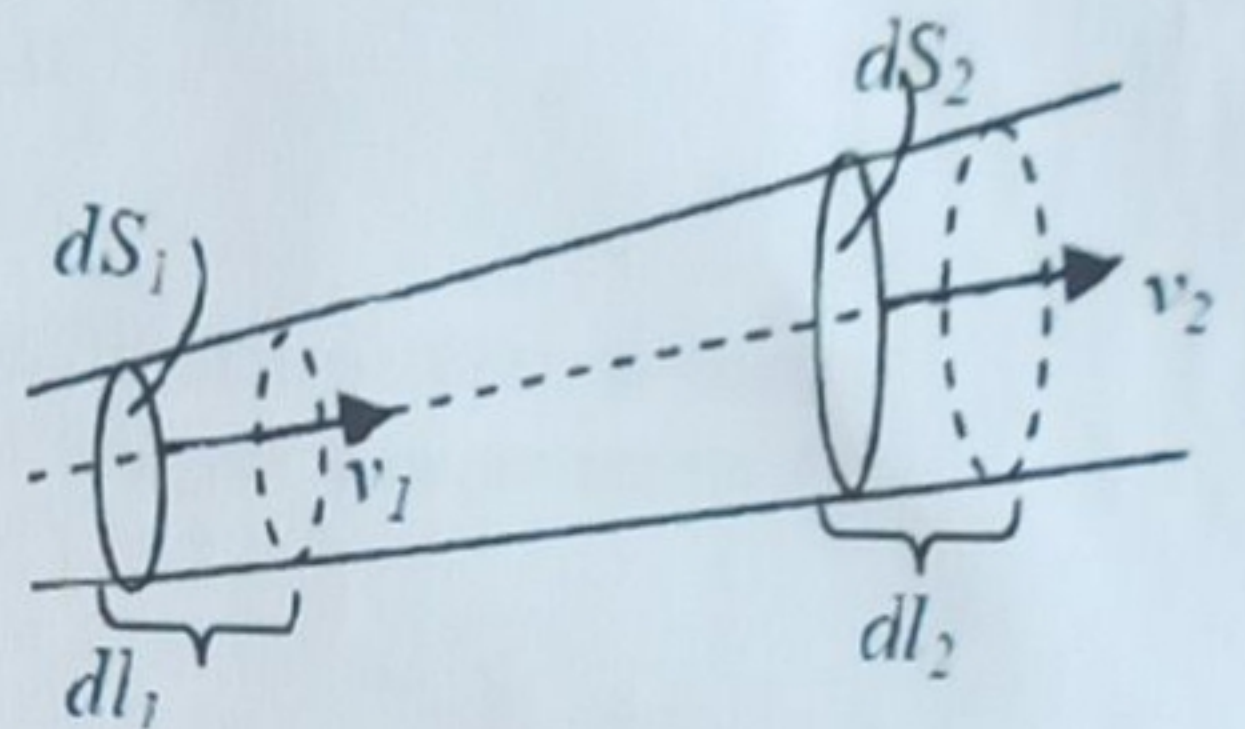


Fig. 3.2 : Principe de conservation de masse

3.5 Equation d'Euler

Prenons un tube de courant ayant à l'intérieur un volume infinitésimal de fluide dont l'aire de section est « S », la longueur « ds » et de masse « m ». à cet endroit le tube de courant fait un angle « α » avec l'horizontale. A la section 1, la pression est « P » et à la section 2, la pression est « P + dP ». de la section 1 à la section 2, il y a un changement de vitesse « dv » et une hausse de niveau « dx ».

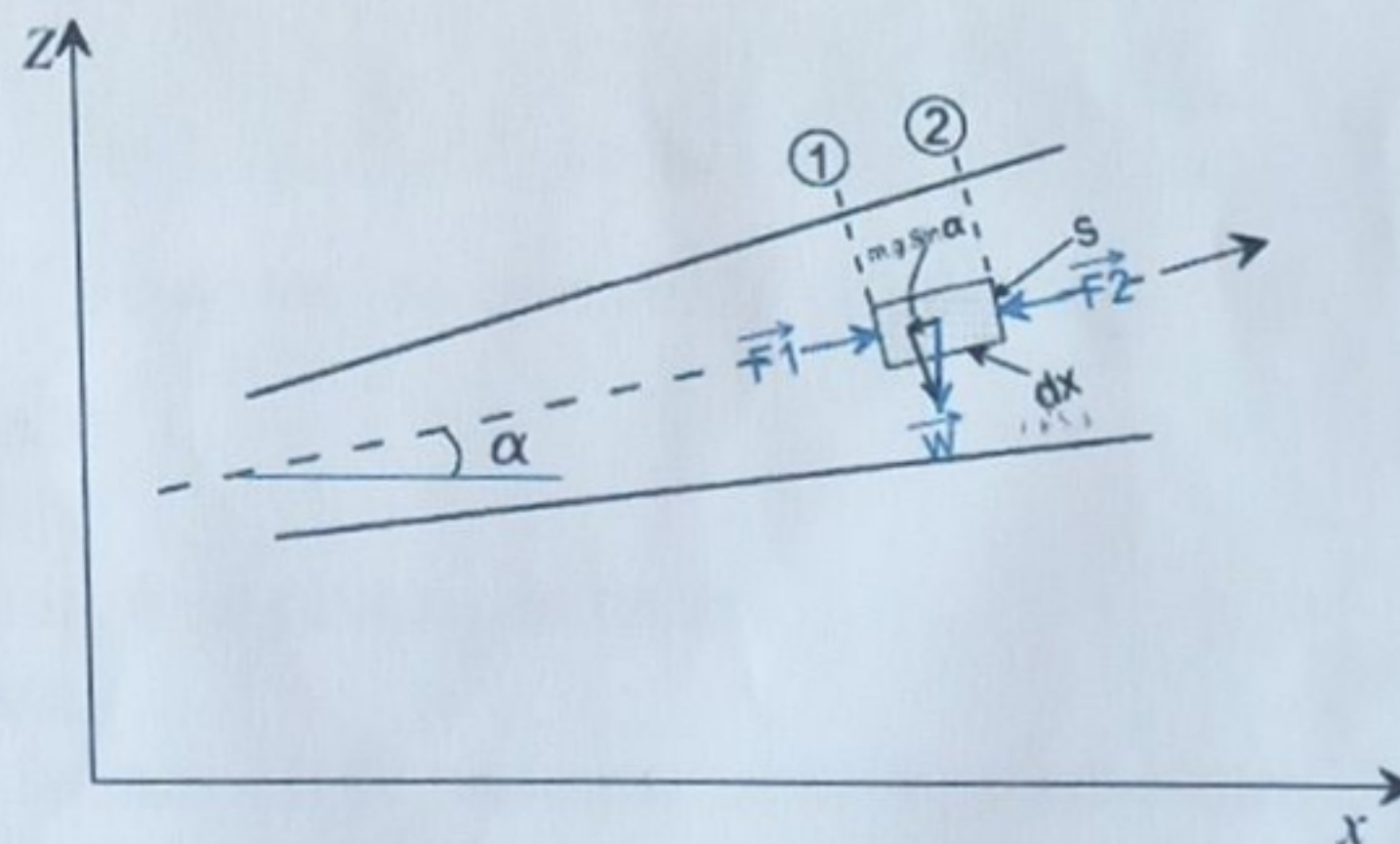


Fig. 3.3 : Principe de conservation de masse

A la section (1) la force $F_1 = P.S$

A la section (2) la force $F_2 = -(P + dP).S$ (sens inverse de l'écoulement)

La projection de la masse dans le sens d'écoulement : $- m.g.\sin(\alpha)$

Selon la deuxième loi de Newton, la poussée nette est égale à $Qm.dv$, donc :

$$-dP.S - m.g.\sin(\alpha) = Qm.dv = (\rho.V.S).Dv$$

$$\text{On a : } m = \rho.S.dx \text{ et } \sin(\alpha) = dz / dx$$

$$-dP.S - (S.dx . \rho.g). dz / dx = \rho.V.S. dv$$

En simplifiant, on obtient une relation très importante en mécanique des fluides, l'équation d'Euler.

$$\frac{dp}{\rho} + g.dz + v.dv = 0$$

3.6 Relation de Bernoulli

Appliquons l'équation d'Euler à l'écoulement du liquide parfait ; la masse volumique étant invariable, il devient facile d'intégrer chaque terme de cette équation entre deux sections quelconques, 1 et 2 :

$$\int_1^2 \frac{dP}{\rho} + \int_1^2 g.dz + \int_1^2 v.dv = 0$$

Ce qui donne :

$$P_1/\rho + g.z_1 + v_1^2/2 = P_2/\rho + g.z_2 + v_2^2/2$$

Cette relation peut s'écrire sous la forme :

$$P_1/\rho g + z_1 + v_1^2/2g = P_2/\rho g + z_2 + v_2^2/2g$$

C'est l'équation de Bernoulli (1700-1782)

Expression dans laquelle

P : désigne la pression,

z : la hauteur par rapport à un niveau de repère,

v : la vitesse du courant.

L'unité pour les trois termes est le joule par newton, c'est-à-dire d'énergie par unité de poids :

$$\frac{J}{N} = \frac{N.m}{N} = m$$

a. L'équation de Bernoulli peut s'interpréter en terme de hauteur z

$$z + \frac{\bar{P}}{\rho g} + v^2/2g = Cte \quad [m]$$

z : hauteur géométrique / altitude

$\frac{P}{\rho g}$: hauteur due à la pression / hauteur manométrique,

$z + \frac{P}{\rho g}$ hauteur piézométrique

$\frac{v^2}{2g}$: hauteur due à la vitesse / hauteur capable

Les trois hauteurs donnent la hauteur de la charge totale

b. L'équation de Bernoulli peut s'interpréter en terme de pression ρ

$$z\rho g + P + \frac{1}{2}\rho v^2 = Cte \quad [Pa]$$

P : pression statique

$z\rho g + P$: pression hydrostatique

$\frac{1}{2}\rho v^2$: pression cinétique ou pression dynamique (elle résulte du mouvement)

Les trois termes donnent la pression totale (ou la charge)

c. L'équation de Bernoulli peut s'interpréter en termes d'énergie ρ

multiplions tous les termes de l'équation par un volume « V »

$$z \cdot \rho \cdot g \cdot V + P \cdot V + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot V = Cte \cdot V \quad [Joule]$$

$E_{pr} = P \cdot V$: Energie de pression ;

$E_p = z \cdot \rho \cdot g \cdot V = m \cdot g \cdot z$: Energie potentielle ;

$E_c = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot V = \frac{1}{2} m \cdot v^2$: Energie cinétique

$E_m = C^{te} \cdot V$: Energie totale / energie mécanique

d. Représentation graphique de l'équation de Bernoulli

Nous pouvons représenter les trois hauteurs de l'équation de Bernoulli pour différentes sections d'une conduite. Il devient facile, et parfois très utile, d'en faire une représentation graphique.

Vu qu'il s'agit d'un fluide parfait, l'énergie totale par unité de poids demeure constante ; elle détermine une droite parallèle au plan de référence, la ligne de charge énergétique ou plus simplement ligne de

charge. La somme des deux premiers termes ($z + P/\rho g$) détermine une ligne qu'on appelle la ligne piézométrique.

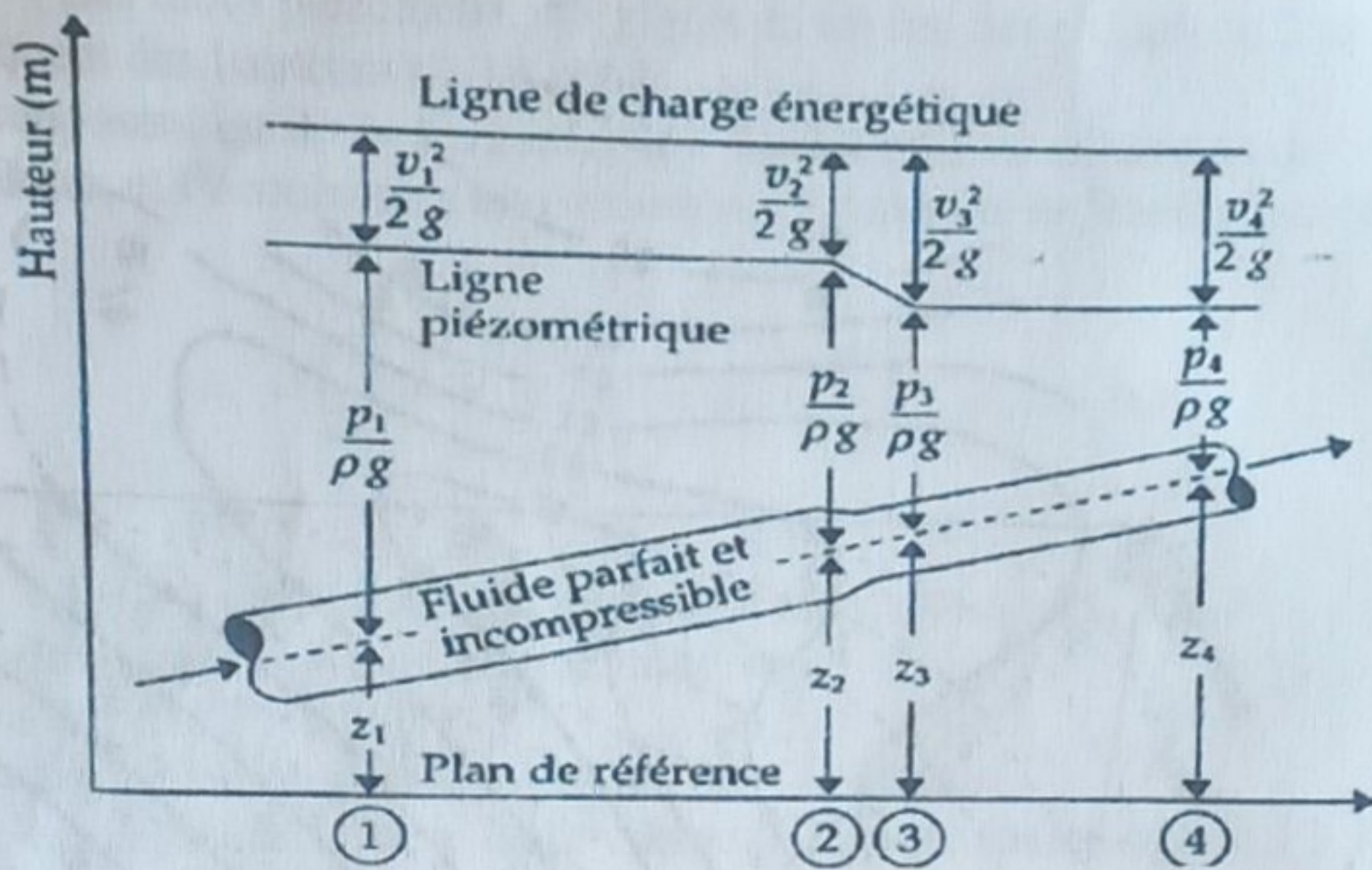


Fig. 3.4 : Représentation de l'équation de Bernoulli d'un d'un fluide parfait (Beaudy et Rolland 1995)

3.7 Tube de Pitot

Le tube de pitot est largement utilisé comme une sonde portable pour mesurer la vitesse d'un écoulement. Il s'agit d'un tube de faible diamètre ≈ 5 mm.

La formule utilisée pour le cas d'un tube de Pitot, qui donne la vitesse en fonction de la différence de hauteur.

$$V = C_v \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta h}$$

Avec :

C_v : coefficient de vitesse dont la valeur est fournie par le fabricant de l'instrument ou obtenue par étalonnage. Dans le cas des appareils bien conçus $C_v = 0.98$

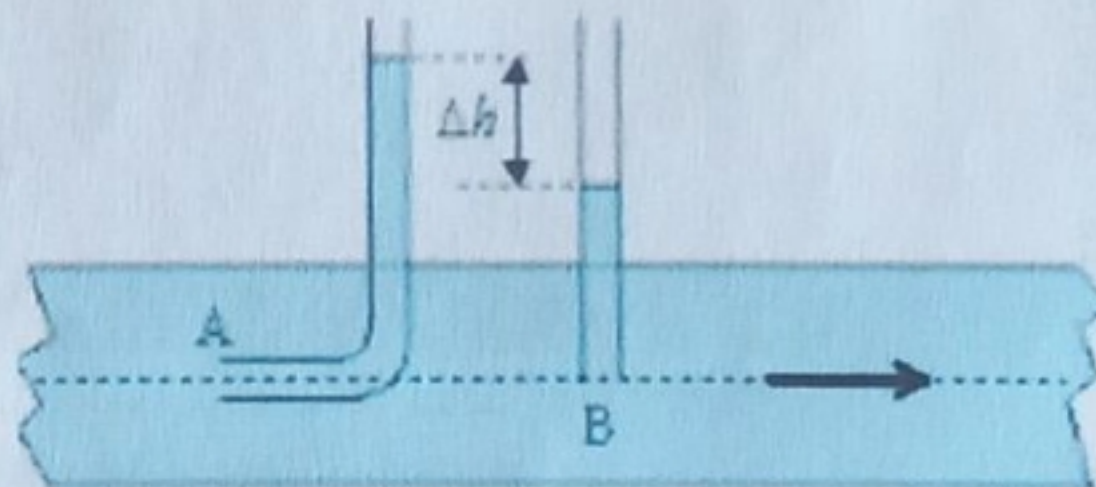


Fig. 3.5 : Tube de Pitot

3.8 Tube de Venturi

Considérons l'écoulement d'un fluide incompressible dans un Venturi dont l'entrée est « S1 », la section de la gorge « S2 » et la section de sortie « S3 ». Les tubes piézométriques placés au niveau des sections 1, 2 et 3 indiquent des hauteurs h_1 , h_2 et h_3 .

En supposant qu'il n'y a aucune perte de charge dans ce tronçon de conduite, et l'écoulement est permanente, l'équation de Bernoulli s'écrit :

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = h_2 + \frac{V_2^2}{2g} = h_3 + \frac{V_3^2}{2g} \dots \dots \dots (1)$$

V_1 , V_2 et V_3 sont les vitesses moyennes dans la section 1, 2 et 3 en appliquant l'équation de continuité, on a :

$$V_1 S_1 = V_2 S_2 = V_3 S_3 = Q \dots \dots \dots (2)$$

Q : étant le débit volumique passant dans le Venturi

On va chercher la valeur de la vitesse « V_2 » en fonction de « V_1 ». En remplaçant dans la formule (1) la valeur V_1 , on trouve finalement la relation suivante :

$$V_2 = \sqrt{\frac{2g(h_2 - h_1)}{\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}} \quad \text{et} \quad Q = S_2 \times \sqrt{\frac{2g(h_2 - h_1)}{\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}}$$

En réalité le débit déterminé par cette relation est inférieur à la valeur réelle mesurée expérimentalement. Cette différence est décrite par le coefficient de débit « C_q », ce coefficient peut être déterminé expérimentalement, il est généralement compris entre 0.9 à 0.99

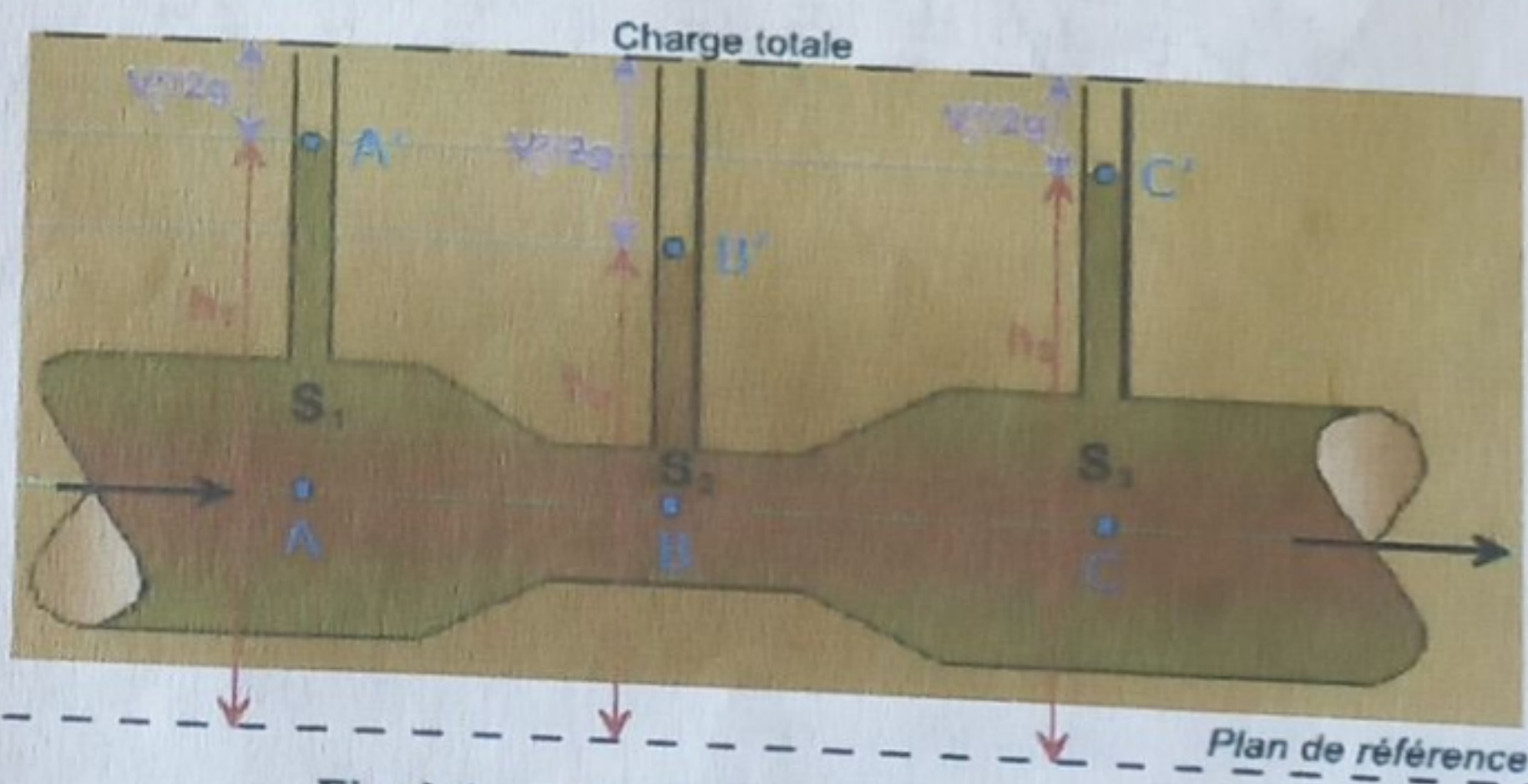


Fig. 3.6 : Tube de Venturi (Gaaloul 2013)